

# 準静力学に基づくグラスプレス・マニピュレーションの計画

前田 雄介（東京大学） 相山 康道（筑波大学） 新井 民夫（東京大学）

## Planning of Graspless Manipulation Based on Quasi-Statics

○Yusuke MAEDA, Yasumichi AIYAMA and Tamio ARAI

The planning of graspless manipulation is more difficult than that of conventional pick-and-place, because the motion of the object in graspless manipulation is determined by not only the motion of the manipulator, but also mechanical effect through the contacts with the environment. We propose an algorithm based on quasi-statics for the planning of graspless manipulation in 2D under Coulomb friction. We apply this algorithm to the 1-finger manipulation problem and show the generated result consists of pushing and tumbling — typical graspless operations.

**Key Words:** Graspless Manipulation, Motion Planning, Quasi-Statics, Coulomb Friction

### 1 はじめに

物体の操りに関しては、従来は主に、ロボットハンドにより form closure, force closure のようながっちりとした把持を構成した上でのマニピュレーション (pick-and-place) が考えられてきた。しかし、例えば人間がものを操る場合を考えてみると、必ずしもしっかりと物体を把握して行う動作ばかりではない。むしろ重力や接触抗力を利用することで、小さい負荷で作業を遂行できる場合が多い。[1]ではこのような操作を「グラスプレス (grasp-less) ・マニピュレーション」と呼び、ロボットのマニピュレーションにおいても、省力化や機構の簡素化が実現できると主張している。

しかし、グラスプレス・マニピュレーションには pick-and-place と比べ、以下のような問題点がある。

1. 対象物の安定性の問題（把持していないことによる）
2. 過大な内力の発生可能性（環境との接触による）
3. マニピュレーション計画の困難さ（把持していないことによる）

筆者らは線形計画法により 1, 2 の問題を評価する手法を提案している[2]。本論文では 3 について考察する。

グラスプレス・マニピュレーションでは、対象物をしっかりと把持しているわけではないので、必ずしもマニピュレータと対象物の位置姿勢が（自明には）1:1 に対応しない。そのため、計画問題を解くためには力学も考慮に入れなければならない。これは pick-and-place の計画問題が、（いったん把持してしまえば）障害物回避問題に帰着されるのとは対照的である。また、把持している場合は対象物の運動は可逆であるが、グラスプレス・マニピュレーションの場合は、押すことはできて引くことはできない、といった場合があるので、いったん対象物を変に動かしてしまうと元に戻せなくなってしまう。このため reactive にマニピュレーションを行うだけでは不適當であり、事前の計画が非常に大切である。

グラスプレス・マニピュレーションの範疇に入る計画問題は、平面上での pushing（押し操作）に限定したもの[3][4][5]や、2つの掌を用いて対象物を鉛直面内での3自由度に操るための計画[6]など、限られた条件の下でしか解かれていない。[7]は、C-Space での安定領域を“first-order stability cell”として定義することにより、より一般的な条件でのマニピュレーション計画の理論的枠組みを提示しているが、この cell の導出は非常に複雑であり、かつ次元が大きいため探索空間は膨大となる。[8]も一般的なグラスプレス・マニピュレーションの計画問題を論じているが、その際に必要な接触状態遷移グラフは既知としている。

そこで、本論文では、クーロン摩擦下での剛体対象物の準静的なグラスプレス・マニピュレーションを対象として、計画問題を現実的な時間で解くアルゴリズムを提案する。まず2章でシステムのモデルについて述べ、3章で、提案アルゴリズムで用いる、対象物の準静力学的な可動方向の近似導出法について述べる。そして4章において計画アルゴリズムを示し、初期コンフィギュレーションと目標コンフィギュレーションが与えられた場合の計画例により、その有効性を示す。

なお、本論文では主として一般的なマニピュレータのような剛体リンク機構を用いてグラスプレス・マニピュレーションを行う場合を考える (Fig. 1)。

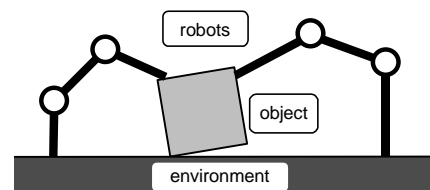


Fig. 1 Graspless Manipulation

## 2 系のモデリング

Fig. 2のように, 3次元空間内の多面体剛体対象物が, 環境(剛体とする)およびロボット(剛体リンク機構)と接触しているとする. 対象物の重心から見た各接触点の位置を  $p_i \in \mathbb{R}^3$  とし, 対象物内部を向く単位法線ベクトルを  $c_i \in \mathbb{R}^3$  とする(Fig. 3). ただし, 接触点では法線ベクトルが定義できるものとする. 各接触点ではクーロン摩擦を仮定し, 摩擦円錐を, 単位稜ベクトル  $c_{i1}, \dots, c_{is} \in \mathbb{R}^3$  で表される正多面錐で近似する. 同一辺・面上での摩擦係数は一様であるとし, 線接触・面接触の場合は, これと等価な複数の接触点で考える.

環境との接触点を添字  $i=1, \dots, n$  で表すと, そこでの接触力は

$$f_i = k_{i1}c_{i1} + \dots + k_{is}c_{is} \in \mathbb{R}^3 \quad (k_{i1}, \dots, k_{is} \geq 0) \quad (2.1)$$

と表される. いっぽう, ロボットとの接触点は添字  $i=n+1, \dots, m$  で表すことにする. この場合の接触力もやはり(2.1)で表されるが, 拘束条件として

$$\tau_i = J_i^T f_i \quad (2.2)$$

を満たす. ここで,  $J_i \in \mathbb{R}^{3 \times n_i}$  は接触点位置の関節角に対するヤコビ行列であり,  $\tau_i \in \mathbb{R}^{n_i}$  は関節トルクベクトルである( $n_i$  は各ロボットの関節数)

結局, 全接触点を通して対象物に作用する力の合力・合モーメントは,

$$Wk \in \mathbb{R}^6 \quad (2.4)$$

(ただし  $\tau_i = J_i^T C_i k_i (i=n+1, \dots, m)$ )

と表される. ここで,

$$W = \begin{bmatrix} c_{11} & \dots & c_{1s} & \dots & c_{m1} & \dots & c_{ms} \\ p_1 \times c_{11} & \dots & p_1 \times c_{1s} & \dots & p_m \times c_{m1} & \dots & p_m \times c_{ms} \end{bmatrix}$$

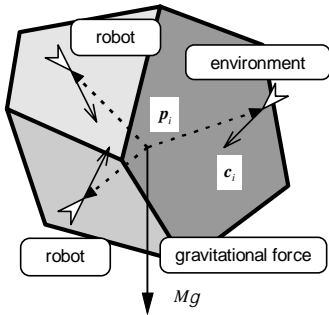


Fig. 2 Object in Contact

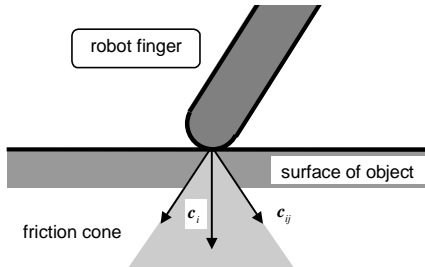


Fig. 3 Friction Cone Model

$$C_i = [c_{i1} \ \dots \ c_{is}] \in \mathbb{R}^{3 \times s}$$

$$k_i = [k_{i1} \ \dots \ k_{is}]^T \in \mathbb{R}^s$$

$$k = [k_1^T \ \dots \ k_m^T]^T (\geq 0) \in \mathbb{R}^{ms}$$

である.

一方, 対象物に作用する既知の外力は

$$Q_{\text{known}} = \begin{bmatrix} Mg \\ 0 \end{bmatrix} + Q_{\text{etc}} \quad (2.5)$$

と書ける. ここで  $M$  は対象物の質量,  $g \in \mathbb{R}^3$  は重力加速度ベクトル, そして  $Q_{\text{etc}} \in \mathbb{R}^6$  は(もしあれば)それ以外の外力である. したがって, すべての合力・合モーメント  $Q$  は

$$Q = Q_{\text{known}} + Wk \quad (2.6)$$

$$(ただし \tau_i = J_i^T C_i k_i (i=n+1, \dots, m))$$

と表される. (2.6)で表される合力の集合は,  $\text{rank } J_i < 3$  のとき(不完全な接触[8]が存在するとき)を除いて, 凸多面錐領域になる. 以下では  $\text{rank } J_i = 3$  であるとして議論を進める.

なお, 2次元平面内の対象物を扱うときにも, 次元が下がるだけで上記と同様の定式化が可能である.

## 3 可動方向の近似導出

### 3.1 幾何学的な可動方向

ロボットによる対象物の可動方向を導出するに際して, まず対象物の幾何学的な可動方向を考える. 対象物の微小変位  $\Delta q$  に対して, 全接触点が環境にめり込まないための条件は,

$$W_n^T \Delta q \geq 0 \quad (3.1)$$

$$\text{ただし } W_n = \begin{bmatrix} c_1 & \dots & c_n \\ p_1 \times c_1 & \dots & p_n \times c_n \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

と書ける. したがって, (3.1)式を満たす  $\Delta q$  が, 対象物の幾何学的な可動方向を表す. (3.1)式の解は凸多面錐になり[10], またその効率的な解法が[11]に示されている.

以上の解析は条件を線形近似しているので, 実際には動けない方向が含まれてしまう場合がある[12]. 接触点での曲率の効果を考慮した解析結果もあるが(例えば[13]), 取り扱いが非常に複雑になる. しかし, 線形近似で問題が生じるような場合には拘束条件が厳しいため環境との接触による過大な内力が生じる恐れがあり, グラスプレス・マニピュレーションを行うことが不適當であることが多い. そこで, 本論文では, (3.1)式の解を対象物の幾何学的な可動方向として考えてよい場合のみを扱う.

### 3.2 準静的なマニピュレーションに必要な力

グラスプレス・マニピュレーションの場合, 実際にその方向にマニピュレーションを行えるかどうかは, 力学的な条件を調べなければわからない. ここでは対象物を準静的に操るために必要な力について考察する.

前章では, 接触点を通して対象物に作用する力とモーメントを,  $Wk$  という凸多面錐の形式で表したが, これを[14]では“composite (configuration space) friction cone”と呼んでいる. 本

論文では、「複合摩擦円錐」あるいは単に「摩擦円錐」と呼ぶことにする。この複合摩擦円錐を、環境との接触に関する部分とロボットとの接触に関する部分に分離することを考える。まず環境について、

$$W_{env} = \begin{bmatrix} c_{i1} & \cdots & c_{in} \\ p_i \times c_{i1} & \cdots & p_i \times c_{in} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

とおく。すると、対象物と環境との接触点において、抗力・摩擦力が対象物に加えることのできる一般化力は、

$$W_{env} k_{env} \quad (k_{env} \geq 0) \quad (3.4)$$

$$k_{env} = [k_1^T \quad \cdots \quad k_n^T]^T$$

で表される凸多面錐を形成する。

一方、ロボットが対象物に加えることのできる一般化力の集合も、同様にして

$$W_{rob} k_{rob} \quad (k_{rob} \geq 0) \quad (3.5)$$

という凸多面錐（複合摩擦円錐）で表される。

ここでつりあい方程式は

$$Q_{known} + W_{rob} k_{rob} = -W_{env} k_{env} \quad (3.6)$$

と書ける。(3.6)の右辺は、接触力により相殺することのできる外力の集合を表している。つまり、外力がその集合内に含まれれば、接触力によりその外力はキャンセルされ、結果として対象物は動かないことになる。含まなければ、つりあいは破れて対象物が動き出す、ということになる。また、一般化力空間において、(3.6)の右辺は原点を頂点とする凸多面錐であり、左辺は $Q_{known}$ を頂点とする凸多面錐である。

対象物を準静的に動かせる力とは、つりあいをほんのわずかに破るような力であると考えられるので、その集合は以下のようにして求めることができる。(3.6)の右辺が表す凸多面錐の表面 (= 接触力によりキャンセルすることができる外力

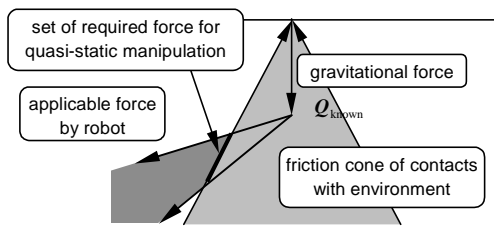


Fig. 4 Schematic View of Required Force for Quasi-Static Manipulation

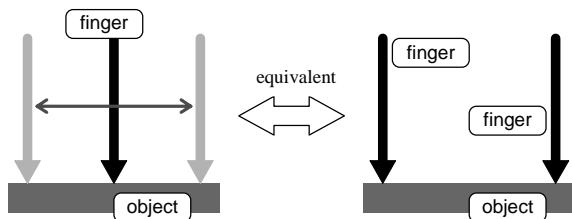


Fig. 5 Equivalence of 1 Free Finger and 2 Fixed Fingers

の限界)と(3.6)の左辺が表す凸多面錐 (= ロボットと重力により対象物にはたらく外力)の交わりを求める(Fig. 4)。これが対象物を準静的に動かすのに必要な力の集合となる。

なお、[15]によると、2次元平面内の対象物を考える場合に限っては、対象物のある辺上の1点を押す1本の指の効果は、その辺の両端を押す2本の指の効果によって表すことができる(Fig. 5)。また、その逆も成り立つ。そこで、対象物の各辺に対し、ロボットが接触可能な範囲の両端でそれぞれが接触しているとすると、接触力の変化の効果を調べるだけで、あわせて接触位置変化の効果を考慮することができる。

### 3.3 可動方向の近似導出アルゴリズム

前項で求めた、対象物を準静的に動かすことのできる力の集合から、力学的な可動方向を導出することを考える。しかし、剛体モデル・クーロン摩擦・準静力学の下では、対象物の運動は、ある1つの外力に対しても、一意に決まるとは限らないことが知られている[14]。そして、すべての運動を求めるためには、いったん全接触点の接触モード(滑り、転がり、接触喪失のいずれか)を仮定した上で、その運動が力学的に妥当であるかどうか調べる、という作業をあらゆる接触モードの組み合わせについて繰り返す必要がある。この作業は計算量が非常に大きい。また、ここでは計画問題への応用を想定しているので、外力の「集合」に対して対象物の運動の「集合」を求める必要があり、計算はいっそう複雑である。そこで、計算の正確さを多少犠牲にしても、少ない計算量で可動方向を求めることを考える。

ここで提案する手法は、基本的には、摩擦がない場合に対象物に生じるであろう加速度の方向を利用して、対象物の準静的な可動方向を近似的に求めるものである。導出の手順は以下のようなになる。

- I. 前項の手法により、対象物を準静的に動かすことのできる外力の集合を求める
- II. その外力から、接触点での垂直抗力による力とモーメントの成分を取り除く(Fig. 6)。これにより、仮に摩擦がないとした場合に、対象物に加わる合力が求まる。
- III. 求めた合力に、対象物の慣性行列の逆行列 $M^{-1}$ をかける。これにより、摩擦がない場合に対象物に生じる加速度が求まる。
- IV. 求めた仮想的な加速度の方向を、凸多面錐で表される幾何学的な可動方向の表面に射影する。これにより得られ

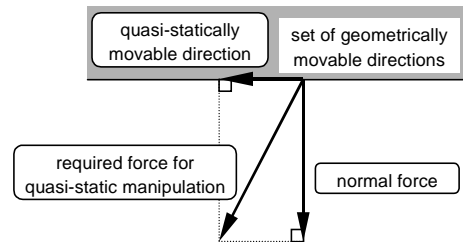


Fig. 6 Removal of Normal Force Component

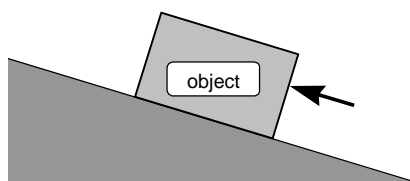


Fig. 7 Pushing on a Slope

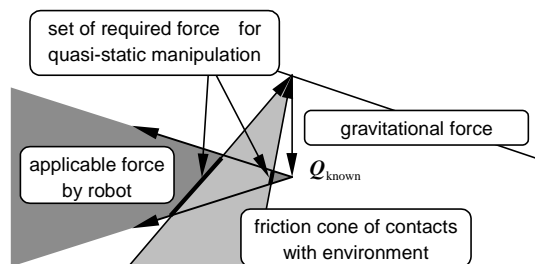


Fig. 8 Required Force for Quasi-Static Pushing on a Slope

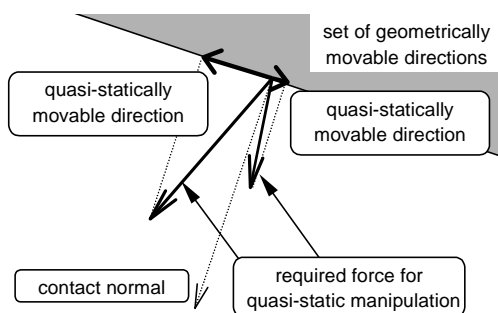


Fig. 9 Movable Direction in Pushing on a Slope

た方向を、対象物の力学的な可動方向とする。

II. では、対象物に加わる力から垂直抗力によりキャンセルされる分を引くことになる。したがって、得られるものは、摩擦がないと仮定した場合に対象物に加わる合力である。III. は、(摩擦がないとした場合の)運動方向(加速度の方向)を求める作業である。

グラスプレス・マニピュレーションの場合、対象物は環境と接触しながら運動する。したがって、この場合の運動方向は、幾何学的な可動方向を表す凸多面錐の表面上に存在する。なぜなら、凸多面錐の内部は、すべての接触が失われるような運動方向を表すからである。そこでIV. では、III. で求めた対象物の仮想的な加速度を、この凸多面錐の表面に射影し、それを力学的な可動方向としている。

おおざっぱに言うと、このアルゴリズムでは、対象物は幾何学的な可動範囲の中で、外力の方向に一番「近い」方向に移動する、と想定している。摩擦が大きい場合には現実とのずれが大きくなる可能性があるが、摩擦が小さい場合やその分布が等方的な場合には、定性的に正しい解を与えることが期待される。

この手法により得られる可動範囲の連結な集合は1個の場

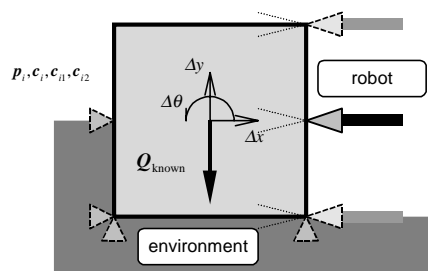


Fig. 10 Polygonal Object

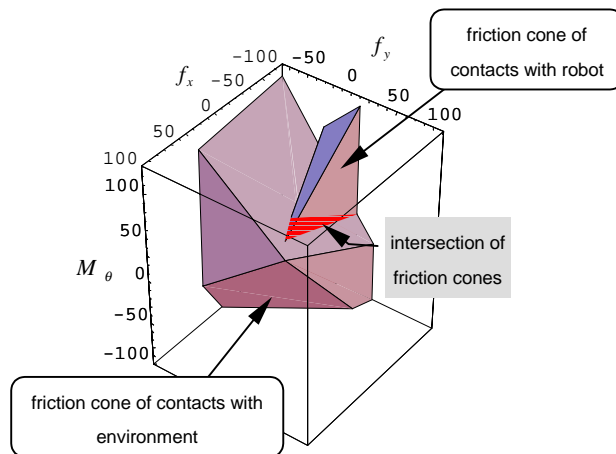


Fig. 11 Intersection of (Composite) Friction Cones

合が多いが、2個以上になることもある。Fig. 7は斜面でのpushingの例であるが、摩擦が小さい場合、環境のみでは対象物のつりあいは保たれないので、指がなければ、対象物は斜面を下に滑り落ちることになる。このとき、対象物を準静的に動かすための力の集合はFig. 8のように2つに分かれ、それに伴って可動方向もFig. 9のように2つに分かれる(図ではモーメントおよび回転の成分は省略)。それぞれ、対象物を斜面に沿って押し上げる運動と、指を添えながら重力によって対象物を下ろしていく運動に対応する。

本手法において、2次元3自由度の対象物を考えた場合、摩擦円錐の交わりの計算は、組み合わせの探索に $O(n^2)$ の時間がかかる( $n$ は接触点数)。またその幾何学的可動空間への射影も、やはり $O(n^2)$ のオーダーである。ただし、前処理として摩擦円錐と幾何学的可動空間の凸包を求めておく必要があるが、3次元の最適な凸包計算のアルゴリズムは $O(n \log n)$ であるから[12]、本手法は全体として $O(n^2)$ の計算量である。

### 3.4 数値例

Fig. 10のように、段差のある環境と接触している正方形対象物を考える。ロボットはこの正方形の右側の辺のいずれかの場所を押すことができるとする。この場合、環境との接触は4つの等価接触点で表現することができ、またロボットの位置の変化の効果は、正方形の右下と右上を押す2本の指で置き換えられる。

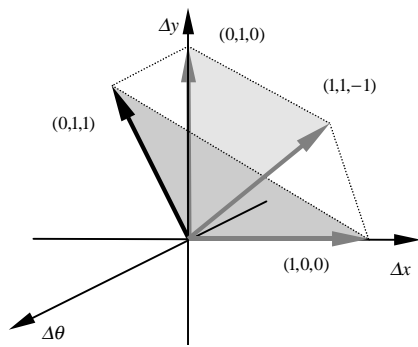


Fig. 12 Geometrically Movable Direction

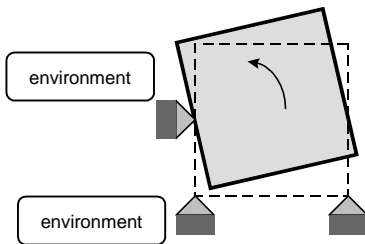


Fig. 13 Movable Direction in Consideration of Quasi-Statics

対象物と環境との摩擦係数を 0.3 ,対象物とロボットとの摩擦係数を 0.2, 対象物に加わる重力を  $Q_{\text{known}} = [0 \ -9.8 \ 0]^T$  とすると,  $-W_{\text{env}}k_{\text{env}}$  の表面と凸多面錐  $Q_{\text{known}} + W_{\text{rob}}k_{\text{rob}}$  の交わりはFig. 11のようになり,これが対象物を準静的に動かせる力の領域となる.対象物の幾何学的な可動方向はFig. 12のようになるから,前述のアルゴリズムを用いることにより,力学的な可動方向として (0,1,1),つまり左側の支持点の上におおいかぶさるような運動が得られる (Fig. 13) .

## 4 グラスプレス・マニピュレーションの計画

### 4.1 計画アルゴリズムの概要

前章で述べた,可動方向の導出アルゴリズムを基に,グラスプレス・マニピュレーションの計画を行うアルゴリズムを提案する.ここで考える計画問題は,対象物の初期位置と目標位置が与えられた際に,それをグラスプレス・マニピュレーションで実行するための,指先の運動を決定する問題である.ただし,ここでは平面 3 自由度を持つ対象物のマニピュレーションを扱う.

提案するアルゴリズムはグラフの生成と探索から成る.その概要は,以下の通りである (Fig. 14) .

- I. 対象物の C-Space を適当に離散化し,ノードとする.
- II. 可能な指先位置の範囲を計算する.
- III. 前章のアルゴリズムにより,対象物の可動方向を導出し,隣接ノードをアークでつなぐ.有向グラフが生成される.
- IV. 対象物を動かすのに必要な仕事の大きさを,各アークの

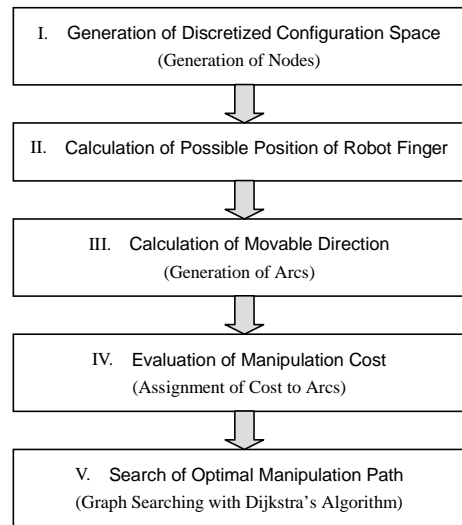


Fig. 14 Sequence of Proposed Planning Algorithm

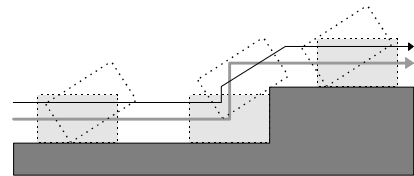


Fig. 15 Generation of Configuration Space

コストとして割り当てる.各アークに対して,(マニピュレーションを行うための)指先位置も計算する.

- V. 初期位置に対応するノードから,目標位置に対応するノードまでの経路を探索する (Dijkstra のアルゴリズム) .

現状の実装では,ロボットの指が 1 本だけの場合しか扱えないが,指先力の配分のアルゴリズムを組み込んで,複数本の場合に拡張することは可能である.また,環境としては平坦面や少数の段差から構成される,ごく単純なもののみを想定している.ただし,重力の方向を変えることによって,傾斜した面を表現することができる.

I. の C-Space の離散化,そして II. の指先位置の範囲の算出は,(対象物およびマニピュレータの)C-Space に深く関係する部分である.しかし,本論文の主目的はこれを正確に求めることではないので,厳密な取り扱いはしていない.また,本研究の対象はグラスプレス・マニピュレーションなので,環境と接触していない状態については考慮しないことにした.具体的には,I. に関しては,対象物の姿勢を固定して,環境と接触させながら少しずつ一定量並進させる.これを姿勢を小さく変えて繰り返すことで,2次元の離散化された C-Space を得ている (Fig. 15) . II. に関しては,接触点が環境から一定以上離れていれば,そこに指を配置することが可能であるとされている.もっとも,この部分は計画プログラム全体の中の独立したモジュールなので,より精密なアルゴリズムと差し

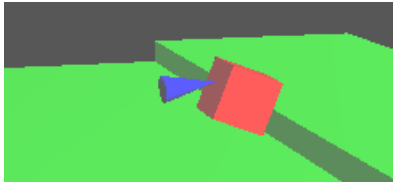


Fig. 16 A Scene of Planned Motion (Tumbling)

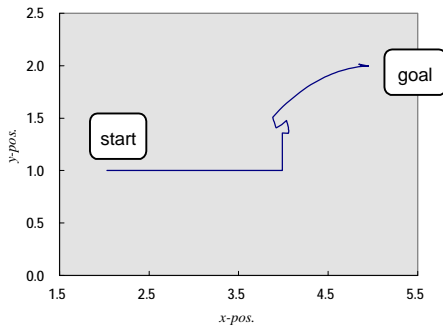


Fig. 17 Planned Path of Object (Center of Mass)

替えることは可能である。

III. では、各ノードごとに、可動方向を前章のアルゴリズムを使って求める。そして、そのノードと C-Space 内で隣接する 8 つのノードに対して、その方向に移動できるかどうかを調べ、アークで連結する。IV. では、アークのコストとして移動に必要な仕事の大きさ（の近似値）を割り当てている。

#### 4.2 計画例

段差の下から段差の上へと対象物を移動させる作業の計画を行った。対象物の一辺の長さを 2、段差の高さを 1、地面と対象物との摩擦係数を 0.8、ロボットと対象物との摩擦係数を 0.5 とし、対象物の初期および目標コンフィギュレーションを与えたところ、pushing の後、段差を tumbling（転がし操作）で乗り越える (Fig. 16) というマニピュレーションが得られた。このときの対象物の重心位置の変化を Fig. 17 に示す。

ノード数が 36,000 個（並進 100 × 回転 360）のとき、ノードの生成から探索の終了までに UltraSPARC-167MHz のワークステーションにおいて約 4.5 CPU 分を要した。

#### 4.3 計画結果に関する考察

現状では指が 1 本の場合を扱っているが、指位置が不連続に変化するような軌道が生成されることがある。これは（指がなくともつりあいが保たれる場合を除いて）2 本の指が必要なのだと解釈することができる。ただし、現在の実装では、単純に最も小さい仕事で対象物を動かすことのできる点を指先位置に決めてしまっているので、実際には 1 本の指だけでも操り続けることが可能かもしれない。1 本の指で作業を達成することを必要条件とするには、指先位置の連続性に関する制約条件を付加すればよいと考えられる。

計画に要した時間は数 CPU 分であったが、条件の同じノー

ドに関して可動方向導出の同じ計算を繰り返している部分が多数あるため、計算時間をさらに短縮する余地がある。

## 5 結論

グラスプレス・マニピュレーションにおいて、対象物の可動方向を準静力学的に近似導出する手法、および、それを用いた 2 次元のグラスプレス・マニピュレーションの計画アルゴリズムを提案した。さらにこのアルゴリズムを段差のある環境での計画問題に適用し、pushing, tumbling などの操作が生成されることを示した。

#### 参考文献

- [1] 相山 康道, 稲葉 雅幸, 井上 博允: “グラスプレス・マニピュレーションの研究: 操作形態の分類とピボット操作の実現,” 日本ロボット学会誌, Vol. 14, No. 1, pp. 114~121, 1996.
- [2] Y. Maeda, Y. Aiyama, T. Arai and T. Ozawa: “Analysis of Object-Stability and Internal Force in Robotic Contact Tasks,” Proc. of IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, pp. 751~756, 1996.
- [3] K. M. Lynch and M. T. Mason: “Dynamic Nonprehensile Manipulation: Controllability, Planning, and Experiments,” Int. J. of Robotics Research, pp. 64~92, 1999.
- [4] 栗栖 正充, 吉川 恒夫: “押し作業における対象物の軌道計画,” 日本ロボット学会誌, Vol. 13, No. 8, pp. 1115~1121, 1995.
- [5] 寺崎 肇, 長谷川 勉: “平行 2 指ハンドによる滑らし操作を利用した知的物体操作のための動作計画,” 日本ロボット学会誌, Vol. 12, No. 7, pp. 1056~1065, 1994.
- [6] M. Erdmann: “An Exploration of Nonprehensile Two-Palm Manipulation: Planning and Execution,” Robotics Research—The Seventh International Symposium, pp. 16~27, 1996.
- [7] J. C. Trinkle, A. O. Farahat and P. F. Stiller: “First-Order Stability Cells of Active Multi-Rigid-Body Systems,” IEEE Trans. on Robotics and Automation, Vol. 11, No. 4, pp. 545~557, 1995.
- [8] H. Kijimoto, T. Arai, Y. Aiyama and T. Yamamoto: “Performance Analysis and Planning in Graspless Manipulation,” Proc. IEEE Int. Symp. on Assembly and Task Planning, pp. 238~243, 1999.
- [9] 張 曉毅, 中村 仁彦, 吉本 堅一: “不完全な接触をもつ把持の力学的多面凸解析,” 日本ロボット学会誌, Vol. 14, No. 1, pp. 105~113, 1996.
- [10] 平井 慎一, 浅田 春比古, 得丸 英勝: “凸多面錐理論を用いたマニピュレーションの運動学とその把握および組立作業への応用,” 計測自動制御学会論文集, Vol. 24, No. 12, pp. 1284~1291, 1988.
- [11] 比留川 博久, 松井 俊浩, 高瀬 國克: “多面体間の接触による拘束条件の高速解法とその離脱動作への応用,” 日本ロボット学会誌, Vol. 9, No. 7, pp. 841~848, 1991.
- [12] 比留川 博久: “組立作業過程における拘束の表現と解析,” 日本ロボット学会誌, Vol. 11, No. 2, pp. 192~200, 1993.
- [13] E. Rimon and J. W. Burdick: “New Bounds on the Number of Frictionless Fingers Required to Immobilize Planar Objects,” J. of Robotic Systems, Vol. 12, No. 6, pp. 433~451, 1995.
- [14] M. Erdmann: “On a Representation of Friction in Configuration Space,” Int. J. of Robotics Research, Vol. 13, No. 3, pp. 240~271, 1994.
- [15] 小俣 透: “多指ハンドの指先位置計算アルゴリズム,” 計測自動制御学会論文集, Vol. 26, No. 5, pp. 550~556, 1990.